

TRABAJANDO CON NÚMEROS GRANDES, ENORMES, COLOSALES,...



Juan Carlos Ballabriga Escuer
Departamento de matemáticas
IES Benjamín de Tudela





iiYA!!

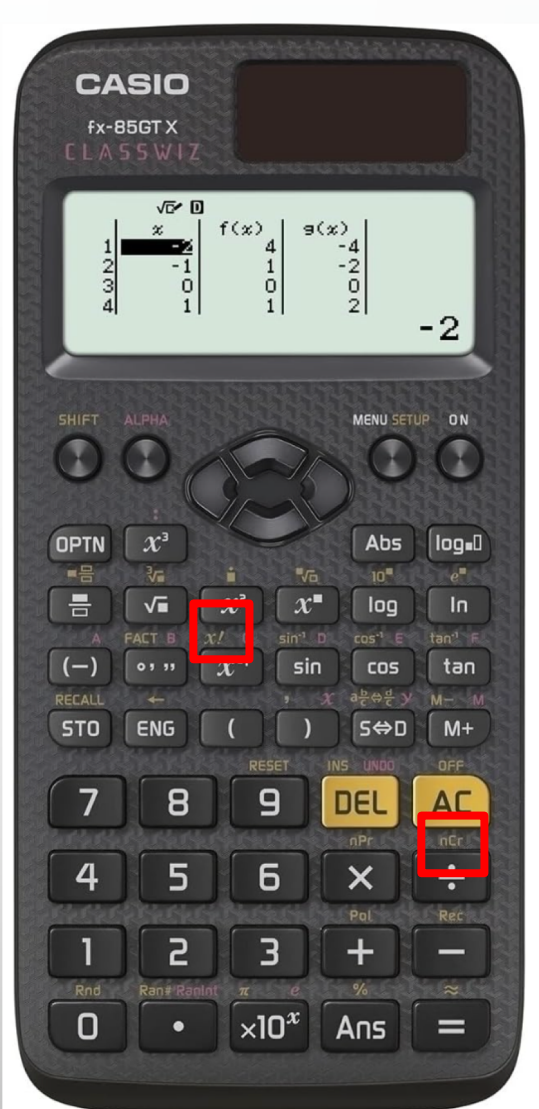
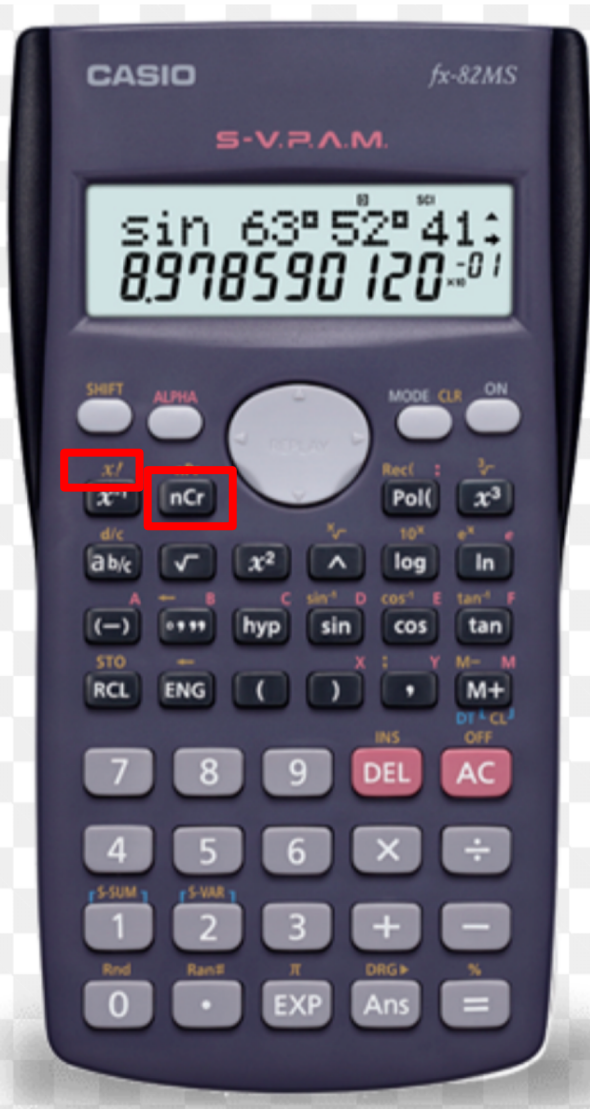
LOCALIZAR EN LA CALCULADORA

FACTORIAL

$$x!$$

COMBINACIONES

$$nCr$$



ALGUNOS NÚMEROS CONCRETOS.....O NO

- EDAD DEL UNIVERSO: 13 600 000 000 AÑOS (*)
- N° DE ESTRELLAS DEL UNIVERSO OBSERVABLE: 3×10^{26}
- N° DE ÁTOMOS DEL UNIVERSO: 10^{85}
- COMPLEJIDAD AJEDREZ: 10^{120}
- N° DE FORMAS DE ORDENAR UNA BIBLIOTECA DE 1000 LIBROS (*)

$$1000! = 4,023 \times 10^{2567}$$

1000!=

402387260077093773543702433923003985719374864210714632543799`.
910429938512398629020592044208486969404800479988610197196058`.
631666872994808558901323829669944590997424504087073759918823`.
627727188732519779505950995276120874975462497043601418278094`.
646496291056393887437886487337119181045825783647849977012476`.
632889835955735432513185323958463075557409114262417474349347`.
553428646576611667797396668820291207379143853719588249808126`.
867838374559731746136085379534524221586593201928090878297308`.
431392844403281231558611036976801357304216168747609675871348`.
312025478589320767169132448426236131412508780208000261683151`.
027341827977704784635868170164365024153691398281264810213092`.
761244896359928705114964975419909342221566832572080821333186`.
116811553615836546984046708975602900950537616475847728421889`.
679646244945160765353408198901385442487984959953319101723355`.
556602139450399736280750137837615307127761926849034352625200`.
015888535147331611702103968175921510907788019393178114194545`.
257223865541461062892187960223838971476088506276862967146674`.
697562911234082439208160153780889893964518263243671616762179`.
168909779911903754031274622289988005195444414282012187361745`.
992642956581746628302955570299024324153181617210465832036786`.
906117260158783520751516284225540265170483304226143974286933`.
061690897968482590125458327168226458066526769958652682272807`.
075781391858178889652208164348344825993266043367660176999612`.
831860788386150279465955131156552036093988180612138558600301`.
435694527224206344631797460594682573103790084024432438465657`.
245014402821885252470935190620929023136493273497565513958720`.
559654228749774011413346962715422845862377387538230483865688`.
976461927383814900140767310446640259899490222221765904339901`.
886018566526485061799702356193897017860040811889729918311021`.
171229845901641921068884387121855646124960798722908519296819`.
372388642614839657382291123125024186649353143970137428531926`.
649875337218940694281434118520158014123344828015051399694290`.
153483077644569099073152433278288269864602789864321139083506`.
217095002597389863554277196742822248757586765752344220207573`.
630569498825087968928162753848863396909959826280956121450994`.
871701244516461260379029309120889086942028510640182154399457`.
156805941872748998094254742173582401063677404595741785160829`.
230135358081840096996372524230560855903700624271243416909004`.
1536901059339838357779394109700277534720000000000000000000`.
000`.
000`.
000`.
000`.




$$123 = 100 + 20 + 3 = 1 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0$$

$$123 = 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$

[illegible]

Valores enteros en el ordenador

Los *integer* del pc puede ser de distintos tamaños, en general de 32, 64 o 128 bits, donde los tamaños máximos son los siguientes:

$$32 \text{ bit: } 2^{31}-1 = 2\,147\,483\,647$$

$$64 \text{ bit: } 2^{63}-1 = 9\,223\,372\,036\,854\,775\,807$$



$$2^{63} - 1 = 9,223372037 \times 10^{18}$$

$$128 \text{ bit: } 2^{127}-1 = 170\,141\,183\,460\,469\,231\,731\,687\,303\,715\,884\,105\,727$$

Velocidad ordenador petaflops: 1 000 000 000 000 000 000 operaciones por segundo

Valores reales en el ordenador: Coma flotante

$$-2,3245 \cdot 10^5 = -232450$$

- Cada número finito se describe por tres **enteros**: **s** (un bit de **signo**), **c** (**mantisa**) y **q** (**exponente**).
- El valor numérico de un número finito representado es:

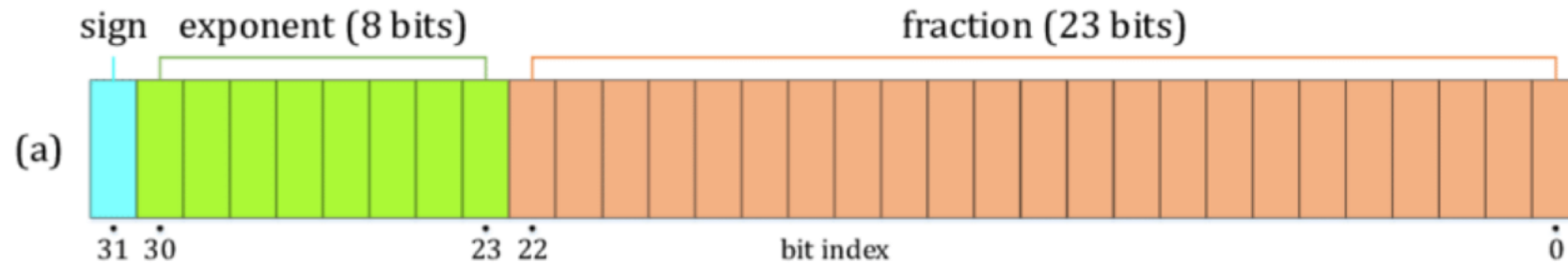
$$(-1)^s \cdot c \cdot 2^q$$

Al exponente se le suma 127 antes de pasarlo a binario

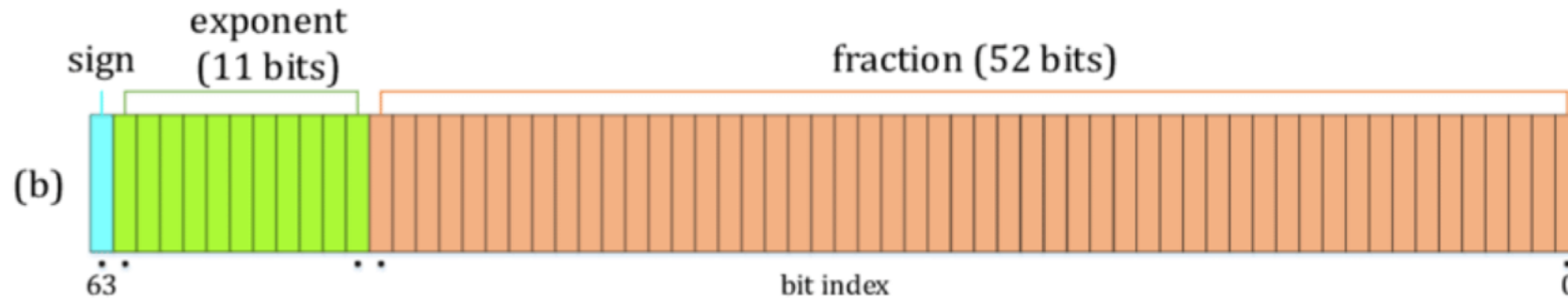
Coma flotante:

En un float de 32 bits, de los 32 bits, 24 se utilizan para escribir los dígitos significativos, mientras que los 8 restantes se utilizan para el exponente de la notación científica.

32 bits



64 bits



Fuente: Researchgate

Teóricamente, el número más grande que puede almacenar un float de 32 bits es del orden de $2^{2^7-1} = 2^{127} \sim 10^{38}$ (*)

VAMOS A PASAR. 117,25

PRIMERO A LENGUAJE BINARIO

$$117,25 = 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2}$$

DESPUÉS A NOTACIÓN CIENTÍFICA

$$1110101,01_{(2)} = 1,11010101 \cdot 2^6$$

AHORA: SIGNO +, ES DECIR 0

$$\text{EXPONENTE } 6+127=133 = 1 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$

MANTISA. 1,11010101

EL N° SERÁ 0 10000101 1,110101010000000000000000

PROBABILIDAD DE GANAR A LA LOTERÍA PRIMITIVA

COMBINATORIA:

- PERMUTACIONES: $P_n = n!$
- VARIACIONES $V_{m,n} = \frac{m!}{(m-n)!}$
- COMBINACIONES $C_{m,n} = \frac{m!}{n!(m-n)!}$

$$C_{49,6} = \frac{49!}{6!(49-6)!} = 13983816$$

VAMOS A VER SI ES MUCHO O POCO...

PISCINA OLÍMPICA



50 m largo
25 m ancho
2 m profundidad

$$Volumen_{piscina} = 50 \times 25 \times 2 = 2500 \text{ m}^3 = 2\,500\,000 \text{ litros}$$

¿CUÁNTAS PELOTAS DE TENIS CABEN EN UNA PISCINA OLÍMPICA?



El diámetro de la **pelota** será mayor de 6,35 cm y menor de 6,67 cm

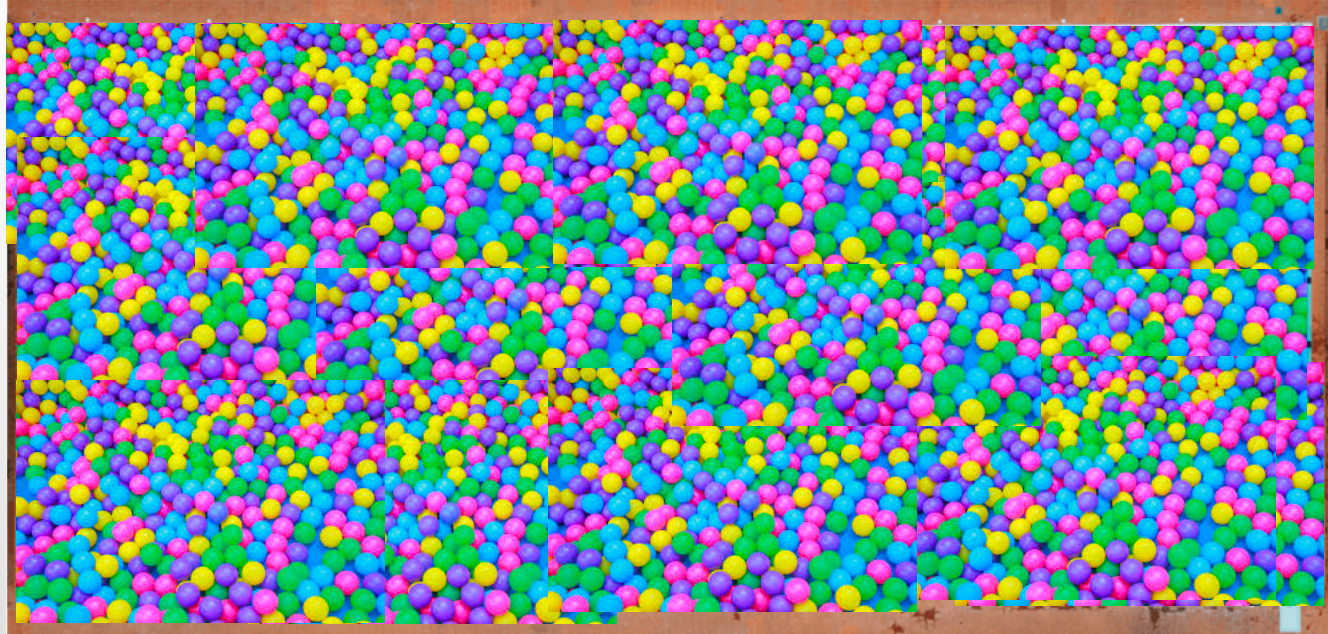
Tomaremos $d=6,5\text{cm}$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \quad V_{\text{pelota}} = \frac{4}{3}\pi 3,25^3 = 143,7933137\text{cm}^3$$

$$= 0,00014379331\text{m}^3$$

$$\frac{V_{\text{piscina}}}{V_{\text{pelota}}} = \frac{2500}{0,0001437933} \approx 17386067 \text{ pelotas}$$

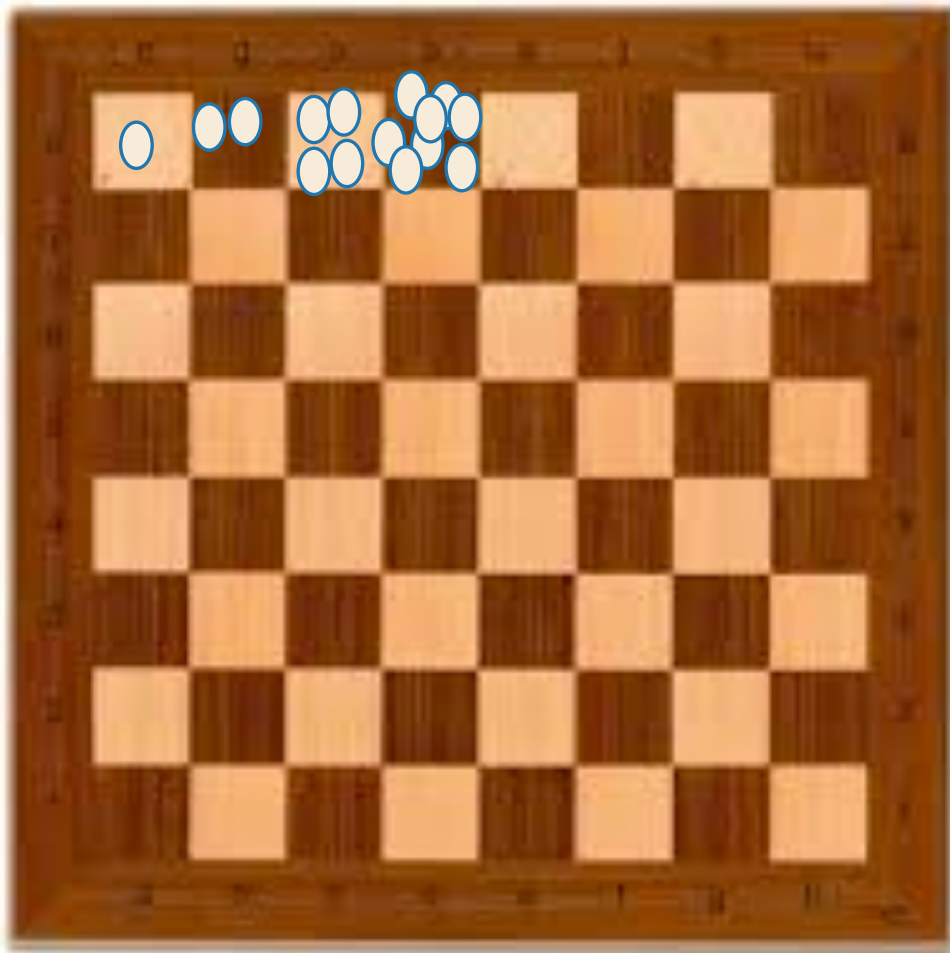
REFLEXIONEMOS....



17386066 pelotas

13983816 posibilidades

LA LEYENDA DEL AJEDREZ

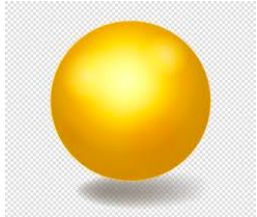


$$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \dots + 2^{63} = 2^{64} - 1$$

$$2^{64} - 1 = 18\,446\,744\,073\,709\,551\,615$$



Los calibres de las semillas de trigo pueden variar entre 2,65 mm para las variedades de granos más grandes hasta 2, 10 mm para las variedades de granos más pequeños.



Tomaremos un tamaño medio 2,5mm y lo “transformamos” en una esfera de diámetro 2,5mm

Tomaremos $d=2,5\text{mm}$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \quad V_{\text{grano}} = \frac{4}{3}\pi 1,25^3 = 8,181230868\text{mm}^3 = 0,00000000818123\text{m}^3$$

$$0,00000000818123\text{m}^3 \times 18\,446\,744\,073\,709\,551\,615 = 1,50917072 \times 10^{11}\text{m}^3 = 150\text{km}^3$$

Pamplona: Cuenta con una población de 203 944 habitantes (INE, 2020) repartida en una superficie de 25,9 km², según los datos del registro municipal. Su área metropolitana alcanza los 334 830 habitantes distribuidos en una superficie de 488,6 km².



25,14 km²

$$\frac{150\text{km}^3}{25,14\text{km}^2} \approx 6\text{ km}$$

¡¡DE ALTURA!!

$$\frac{150\text{km}^3}{488,6\text{km}^2} \approx 0,306\text{ km} = 306\text{m}$$



GRANOS DE ARENA EN LA PLAYA

- EL TAMAÑO MEDIO OSCILA ENTRE 0.06 HASTA 2 MILÍMETROS. NOSOTROS TOMAREMOS EL MÁS PEQUEÑO 0,06MM



- ¿CUÁNTO OCUPARÁN 3 CUATRILLONES DE GRANOS?

El nivel del Ebro comienza a descender tras anegar una veintena de calles de Tudela

A las 22.00 horas, el río discurría con una altura de 5,92 metros y un caudal de 2.603 metros cúbicos por segundo



¿Cuántas piscinas olímpicas se habrían llenado desde que hemos empezado?



LOS “REYES” DE LOS NÚMEROS GRANDES

- LA TETRACIÓN (*)

$${}_na = a^{a^{\cdots (n^a)}}$$

$${}^32 = 2^{2^2} = 2^4 = 16$$

- ${}^n a = a^{a^{\dots(n^a)}}$

$${}^3 2 = 2^{2^2} = 2^4 = 16$$

$${}^4 2 = 2^{2^{2^2}} = 65536$$

$${}^5 3 = 3^{3^{3^{3^3}}} = \textit{incalculable}$$

$6,002253567994547 \times 10^{3638\ 334640\ 023}$ dígitos decimales

$${}^6 5 = \text{BUFFF} \dots$$



Flecha de Knuth

- $a \uparrow b = a \times a \times \dots (b \times a = a^b)$

- $a \uparrow\uparrow b = {}^b a = a^{a^{\dots (b^a)}} = a \uparrow \underbrace{(a \uparrow (a \dots \uparrow a))}_{b \text{ veces } a}$

- $a \uparrow\uparrow\uparrow b = a \uparrow\uparrow \underbrace{(a \uparrow\uparrow (a \uparrow\uparrow \dots a \uparrow\uparrow a))}_{b \text{ veces } a}$

Un ejemplo de esto:

$$5 \uparrow\uparrow 3 = {}^3 5 = \underbrace{5^{5^5}}_{3 \text{ veces } 5} = \underbrace{5 \uparrow (5 \uparrow 5)}_{3 \text{ veces } 5} = 5^{3125} \approx 1,911012597945478 \cdot 10^{2184}$$

$$2 \uparrow\uparrow 2 = 2^2 = 4$$

$$2 \uparrow\uparrow 3 = 2^{2^2} = 2^4 = 16$$

$$2 \uparrow\uparrow 4 = 2^{2^{2^2}} = 2^{16} = 65536$$

$$2 \uparrow\uparrow 5 = 2^{2^{2^{2^2}}} = 2^{65536} \approx 2,003529930406846 \cdot 10^{19728}$$



EL MONSTRUO: EL N° DE GRAHAM

N° GRAHAM